

Lineare Gleichungssysteme - Lösungsverfahren

Eine Gleichung, die in die Form $y = mx + t$ gebracht werden kann, heißt lineare Gleichung. x und y sind dabei die Variablen und m und t Zahlenwerte. Dabei spielt es keine Rolle, wie die Variablen heißen. Damit ist auch $2a = 3$ oder $x = 7$ eine lineare Gleichung. Lineare Gleichungssysteme bestehen aus mehreren linearen Gleichungen. Wir betrachten vorerst lineare Gleichungssysteme, die aus zwei linearen Gleichungen bestehen. Wie wir gesehen haben, sind zeichnerische Lösungen oft zu ungenau und manchmal nicht möglich. Um solche Gleichungssysteme rechnerisch zu lösen, kennen wir einige Verfahren.

Gleichsetzungsverfahren: Führe die folgenden Schritte sorgfältig durch.

1. Löse beide Gleichungen nach **derselben** Variablen auf.
2. **Setze** die beiden neuen rechten Seiten **gleich**.
3. Löse diese neue Gleichung nach **der einzigen** noch vorkommenden Variablen auf.
4. Setze die in 3. erhaltene Lösung in eine der beiden Gleichungen ein und ermittle den Wert der anderen Variablen.
5. Gib die Lösungsmenge an.

Einsetzungsverfahren: Führe die folgenden Schritte sorgfältig durch.

1. Löse eine der beiden Gleichungen nach einer Variablen auf.
2. **Setze** den in 1. erhaltenen Term in die andere Gleichung anstelle der Variablen **ein**.
3. Löse die so entstandene neue Gleichung, die nur noch **eine** Variable enthält.
4. Setze die erhaltene Lösung in eine der beiden Gleichungen ein und ermittle den Wert der anderen Variablen.
5. Gib die Lösungsmenge an.

Additionsverfahren: Die Idee hinter diesem Verfahren ist es, die Gleichungen in eine Form zu bringen, so dass das Addieren der jeweils linken bzw rechten Seite einer Gleichung mit der linken bzw rechten Seite der anderen Gleichung dazu führt, dass nur noch eine Variable in dieser neuen Gleichung enthalten ist. Dazu müssen sich in diesem Gleichungssystem die Koeffizienten einer Variablen nur im Vorzeichen unterscheiden - diese Variable sollte dazu natürlich nur noch einmal auf einer der beiden Seiten vorkommen.

Beispiel für das Additionsverfahren:

$$I \quad 4x - 3y = 14$$

$$II \quad 2x + 3y = 9$$

$$\begin{aligned} I + II: \quad (4x - 3y) + (2x + 3y) &= 14 + 9 \\ &\Rightarrow 6x = 23 \\ &\Rightarrow x = \frac{23}{6} \end{aligned}$$

Dieser Wert wird in eine der Gleichungen eingesetzt, um y zu bestimmen:

$$\begin{aligned} \text{in } II: \quad 2 \cdot \frac{23}{6} + 3y &= 9 \\ &\Rightarrow 3y = \frac{4}{3} \\ &\Rightarrow y = \frac{4}{9} \end{aligned}$$