Hausaufgabe

Achtung: Auch mir unterlaufen Fehler, die Lösungen sind also ohne Gewähr!

- Seite 63, Aufgabe 1
  Gegeben ist jeweils eine Tabelle. Zu ergänzen sind passende Werte, damit eine lineare Zunahme bzw. lineare Abnahme vorliegt.

  a) Dieser Tabelle liegt die Funktion $f(x) = 12 - 4x$ zugrunde. Zu ergÃďnzen sind die Werte $f(2) = 4$, $f(3) = 0$, $f(4) = -4$, $f(5) = -8$.

  b) Rechnung zur Bestimmung der Steigung: $50625 - 3375 = 47250$. Nur in einem Fall, in dem sich die x-Werte um 1 unterscheiden können die y-Werte voneinander subtrahiert werden, um die Steigung zu bestimmen. Im allgemeineren Fall, wenn zwei Wertepaare $(x_A \mid y_A)$ und $(x_B \mid y_B)$ in der Tabelle gegeben sind, kann die Steigung m mit Hilfe der (hoffentlich inzwischen gelernten) Formel (siehe Seite 172) bestimmt werden: $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ bzw $m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$.
  Dieser Tabelle liegt also die Funktion $f(x) = -43875 - 47250x$ zugrunde. Die fehlenden Werte lassen sich nun z.B. mit dem Taschenrechner (Wertetabelle) bestimmen. Alternativ wird einfach von einem gegebenen y-Wert das passende Vielfache von 47250 subtrahiert.

- Seite 63, Aufgabe 2: Für dieselben vorgegebenen Werte wie bei Aufgabe 1 soll nun jeweils eine exponentielle Zunahme bzw. Abnahme vorliegen.

  a) Wir berechnen den Wachstumsfaktor a durch den Quotienten $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. Diese Berechnung funktioniert hier, da der Wert von x um eins steigt.
  Ausblick für später (in der Form noch nicht KASL-relevant):
  Wenn hier ein anderes Wertepaar gegeben ist, dann muss der Wachstumsfaktor allgemeiner berechnet werden. Beispiel: Falls $f(x_A) = y_A$ und $f(x_B) = y_B$ ist (y_A und y_B sind natürlich beide ungleich 0), dann wird a dadurch berechnet, dass das Gleichungssystem $y_A = c \cdot a^{x_A}$ und $y_B = c \cdot a^{x_B}$ gelöst wird. a und c sind die beiden Unbekannten. Indem man den Quotienten aus den beiden Gleichungen bildet, fällt die Unbekannte c weg. Die rechte Seite lässt sich mit Hilfe der Potenzgesetze zu $a^{x_A - x_B}$ vereinfachen. Damit ist $a = (\frac{y_A}{y_B})^{\frac{1}{x_A - x_B}}$.
  Die zugehörige Exponentialfunktion lautet $f(x) = 12 \cdot (\frac{2}{3})^x$
  In der Tabelle fehlen die Werte $f(2) \approx 5,33$, $f(3) \approx 3,56$, $f(4) \approx 2,37$, $f(5) = 1,58$

  b) Zuerst bestimmen wir den Wachstumsfaktor durch den Quotienten $\frac{50625}{3375} = 15$ und den Anfangsbestand durch $\frac{3375}{15} = 225$. Damit haben wir hier die Funktion $f(x) = 225 \cdot 15^x$ und folgende Werte sind in die Tabelle einzutragen:
  $f(0) = 225$; $f(3) = 759375$; $f(4) = 11390625$ und $f(5) = 170859375$.
  Die benötigten Werte können natürlich auch dadurch bestimmt werden, dass ein gegebene y-Wert mit der passenden Potenz von 15 multipliziert wird.

- Seite 63, Aufgabe 3:

a) Das Kapital wurde so angelegt, dass pro Jahr 2,8 Prozent Zinsen gezahlt wurden, die auf dem Konto verblieben und im Folgejahr mitverzinst wurden (Zinseszinsrechnung). Nach 6 Jahren waren damit 2360,42 Euro auf dem Konto. Mathematisch gesehen wird hier mit einer Exponentialfunktion mit dem Wachstumsfaktor $1,028$ und dem Anfangswert 2000 gerechnet.

b) Exponentialfunktion: $f(x) = 2000 \cdot 1,028^x$, wobei x die Anzahl der Jahre ist. Damit ergibt sich für $f(10) = 2000 \cdot 1,028^{10} \approx 2636,10$; $f(20) \approx 3474,50$.

c) Diese Frage kann mit Hilfe des Taschenrechners gut bearbeitet werden. Der Wert muss zwischen 10 und 20 liegen. Mit Hilfe eines passenden Computerprogramms lässt sich das sehr schnell berechnen. Nach fast 14 Jahren ist der gewünschte Betrag erreicht.

- Seite 65, Aufgabe 11
  Gegeben: pro Jahr werden $2,1\%$ umgewandelt
  Gesucht: wie viel Gramm sind nach 2; 5; 10; 33 bzw. n Jahren von einem Anfangsbestand von 500g noch vorhanden?
  Jedes Jahr $2,1\%$ weniger, also kann der Abnahmefaktor wie folgt berechnet werden:
  $100\% - 2,1\% = 97,9\% = 0,979$
  Die passende Exponentialfunktion lautet $f(n) = 500g \cdot 0,979^n$, dabei bezeichnet $n \in I\!N$ die Anzahl der vergangenen Jahre.
  Nun müssen für n nur noch die gegebenen Werte eingesetzt werden. Das kann sicher jeder selbst.